

Barem corectare și notare :Clasa a X a

(2p)	1. a) cu inegalitatea mediilor : $a > 2\sqrt{\log_2 8} > 3$
(2p)	Pe de altă parte : $\log_2 5 < \frac{5}{2}$ (deoarece $5^2 < 2^5$) și $\log_5 8 < \frac{3}{2}$ (...) Așadar $[a] = 3$
(3p)	b) se ajunge la $\log_3(x-1) = \log_5(1+x) = t$ ^{not} , de unde $5^t - 3^t = 2$ sau $1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t + \left(\frac{3}{5}\right)^t$; se arată că $t = 1$ este unica soluție, deci $x = 4$.
(2p)	2. a) orice exemplu corect , justificat (de ex. : $a = 1, b = i, c = -i$)
(2p)	b) banal (imaginile celor doi <i>frați nenuli</i> sunt simetrice față de origine)
(3p)	c) presupunem că $ a \geq b \geq c \geq 2$; din $ abc = a+b+c \leq a + b + c \leq 3 a $, deducem : $ b \cdot c \leq 3 \Rightarrow c ^2 \leq 3 \Rightarrow c \leq \sqrt{3} < 2$
(2p)	3. a) dacă f este strict monotonă, se știe că $f \circ f$ este strict crescătoare Avem însă că $g(x) = \{x\}$ nu este strict crescătoare ($\frac{1}{2} < 1$, dar $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} > 0 = g(1)$)
(2p)	b) $f(x) = f(y) \Rightarrow f(f(x)) = f(f(y)) \Rightarrow [x] = [y]$; cum însă această egalitate este satisfăcută și pentru , de exemplu, $x = \frac{1}{2} \neq y = \frac{2}{3}$, f nu poate fi injectivă
(3p)	c) se arată că, de exemplu, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+1}{2}$ este bijectivă și satisface egalitatea din enunț
(3p)	4. membrul stâng se scrie $E = 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}$ ^{not} $= 3^S$
(2p)	$S = 3^{\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}}$
(2p)	Finalizare : $m = 3$.

Notă : nu se acordă puncte din oficiu.

Orice soluție corectă, completă, diferită de cea propusă în barem, se punctează corespunzător